



Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Nika Markota

REZULTANTA I REZULTIRAJUĆE DJELOVANJE

ZAVRŠNI ISPIT

Mentor: Izv. prof. dr. sc. Višnja Tkalčević Lakušić

Zagreb, 2026.



University of Zagreb

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Nika Markota

RESULTANT AND EQUIVALENT FORCE-COUPLE SYSTEM

FINAL EXAM

Supervisor: Višnja Tkalčević Lakušić, PhD Assoc. Prof.

Zagreb, 2026.

ZAHVALE

Zahvaljujem svojoj mentorici, izv. prof. dr. sc. Višnji Tkalčević Lakušić na stručnom vodstvu, izdvojenom vremenu i savjetima tijekom izrade ovog završnog rada.

Najveća zahvala ide mojoj obitelji. Roditeljima, koji su vjerovali u mene i učili me od malena da mogu uspjeti u svemu što si zacrtam. Hvala vam za svaki savjet koji ste mi pružili kada mi je bilo najpotrebnije. Sestri, s kojom sam dijelila studentske izazove te koja me motivirala i slavila svaki moj uspjeh.

Hvala mojim kolegicama koje su tijekom studiranja postale puno više od toga, prijateljice bez kojih bi ovaj put bio puno teži i monotoniji. Hvala vam što ste sa mnom prošle kroz sve uspone i padove studiranja.

Zahvaljujem svim ostalim članovima obitelji i prijateljima, koji su navijali za mene i molili se prije svakog ispita.

SAŽETAK

Nosive konstrukcije u praksi su izložene većem broju sila i momenata koji djeluju u različitim točkama i smjerovima. U ovom radu prikazani su postupci kojima se opterećenja konstrukcije zamjenjuju jednostavnijim, ali statički ekvivalentnim opterećenjima. Cilj rada je prikazati postupak redukcije sustava sila i momenata na odabranu točku, uvjete pod kojima se takav sustav može zamijeniti jednom silom te načine određivanja iznosa i položaja te sile, uključujući i slučaj raspodijeljenog opterećenja. U radu su najprije obrađeni pojmovi vezani uz rezultirajuće djelovanje, koje se sastoji od rezultirajuće sile i rezultirajućeg momenta zadanog sustava sila i momenata, a zatim rezultanta pri čemu su analizirani uvjeti njezina postojanja. Na kraju rada su riješena tri numerička primjera u kojima su primijenjena pravila obrađena u teorijskom dijelu rada. Obrađena tema čini podlogu za daljnji statički proračun konstrukcije koji obuhvaća postavljanje uvjeta ravnoteže, proračun reakcija i unutarnjih sila te određivanje karakteristika presjeka.

Ključne riječi: sila, moment, kruto tijelo, rezultirajuće djelovanje, rezultanta, statička ekvivalencija

SUMMARY

Load-bearing structures are in practice subjected to a number of forces and moments acting at different points and in different directions. This thesis presents the procedures by which the loading on a structure is replaced by a simpler but statically equivalent loading. The aim of the thesis is to present the procedure of reducing a system of forces and moments to a chosen point, the conditions under which such a system can be replaced by a single force, and the ways of determining the magnitude and position of that force, including the case of a distributed load. The thesis first covers the concepts related to the equivalent force-couple system, which consists of the resultant force vector and the resultant moment vector of a given system of forces and moments, and then the resultant, with an analysis of the conditions for its existence. At the end of the thesis, three numerical examples are solved in which the rules covered in the theoretical part are applied. The topic covered provides the basis for the further structural analysis of a structure, which includes setting up the equilibrium conditions, calculating the reactions and internal forces, and determining the section properties.

Key words: force; moment; equivalent force-couple system; static equivalence; rigid body; invariants; resultant

SADRŽAJ

ZAHVALE	i
SAŽETAK.....	ii
SUMMARY	iii
SADRŽAJ.....	iv
1. UVOD	1
2. REZULTIRAJUĆE DJELOVANJE.....	2
2.1. Djelovanje sile u točki krutoga tijela.....	2
2.2. Reduciranje skupa sila.....	4
2.3. Invarijante diname	5
2.4. Svođenje sustava sila na dinamički vijak.....	7
2.5. Posebni oblici diname	8
3. REZULTANTA.....	9
3.1. Pojam rezultante i uvjeti njezina postojanja.....	9
3.2. Rezultanta sustava koncentriranih sila	9
3.3. Posebni slučajevi.....	11
3.3.1. Konkurentne sile	11
3.3.2. Ravninske sile	12
3.3.3. Prostorni sustav paralelnih sila.....	12
3.4. Rezultanta sustava raspodijeljenih sila	13
3.4.1. Raspodijeljeno linijsko opterećenje.....	14
3.4.2. Raspodijeljeno površinsko opterećenje	15
4. NUMERIČKI PRIMJERI	17
4.1. Primjer 1	17
4.2. Primjer 2	22
4.3. Primjer 3	25
5. ZAKLJUČAK.....	27
POPIS LITERATURE	28
POPIS SLIKA.....	29

1. UVOD

Nosive konstrukcije su u praksi izložene većem broju sila i momenata koji djeluju u različitim točkama i smjerovima, pa se već na početku proračuna postavlja pitanje kako takav skup opterećenja prikazati na pojednostavljeni način, a da se pritom ne izgubi njegov učinak na tijelo. Odgovor daju dva pojma koja se u ovom radu obrađuju, a to su rezultirajuće djelovanje i rezultanta [1].

Oba se pojma oslanjaju na ideju statičke ekvivalencije sustava, prema kojoj se dva sustava opterećenja smatraju jednakovrijednima ako imaju jednak doprinos uvjetima ravnoteže tijela. Ta je ideja u građevinarstvu od velikog značaja jer bez nje ne bi bilo moguće opterećenje svesti na težište presjeka, os elementa ili oslonce, niti postaviti uvjete ravnoteže na kojima počiva svaki statički proračun [2].

Cilj rada je prikazati postupak redukcije sustava sila i momenata na odabranu točku, uvjete pod kojima se takav sustav može zamijeniti jednom silom te načine određivanja iznosa i položaja te sile, uključujući i slučaj raspodijeljenog opterećenja. U radu se najprije obrađuju pojmovi vezani uz rezultirajuće djelovanje, tj. rezultirajuća sila i rezultirajući moment zadanog sustava sila i momenata, a zatim rezultanta, uvjeti njezina postojanja i postupci određivanja, uz prikaz najvažnijih posebnih slučajeva.

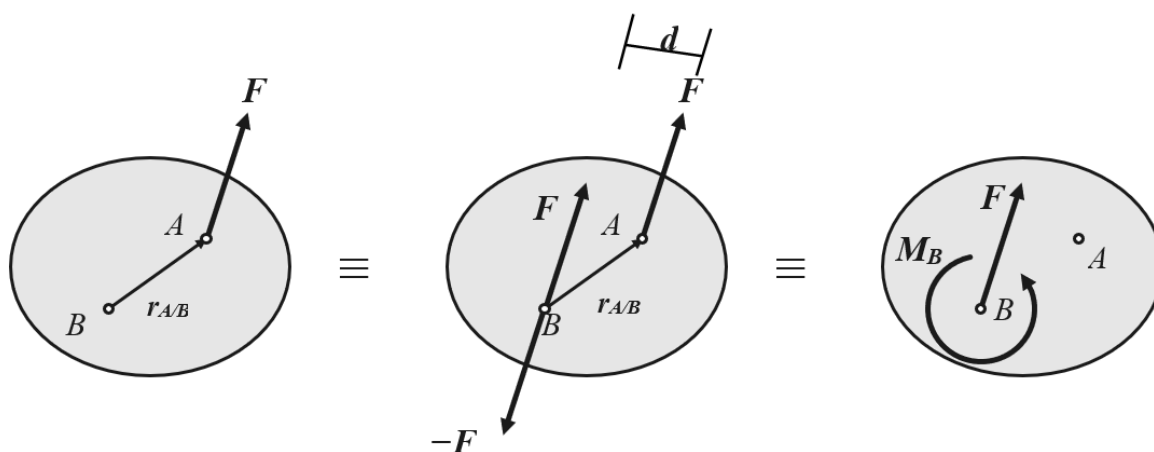
2. REZULTIRAJUĆE DJELOVANJE

2.1. Djelovanje sile u točki krutoga tijela

Sila koja opterećuje neko kruto tijelo u statici se promatra kao klizni vektor, što znači da se njezino hvatište smije pomicati duž pravca djelovanja bez posljedice na stanje ravnoteže tijela. Razlog leži u tome što takav pomak ne mijenja ni iznos ni smjer sile, a ne mijenja se ni okomita udaljenost njezina pravca od bilo koje promatrane točke prostora, tj. moment sile za tu točku ostaje nepromijenjen [2].

Kod prijenosa hvatišta u točku izvan pravca djelovanja postupak više nije toliko jednostavan. Paralelno pomicanje samo po sebi nije dopušteno jer se njime mijenja krak sile, a time i njezino rotacijsko djelovanje na tijelo. Potreba za takvim prijenosom sile je ipak česta, budući da je opterećenja pogodno svesti na težište presjeka ili neku drugu unaprijed odabranu referentnu točku za koju se postavljaju uvjeti ravnoteže [1].

Postupak takvog prijenosa sile se temelji na pravilu da uravnoteženi sustav sila ne narušava mirovanje niti gibanje krutoga tijela te ga je dopušteno uvesti u proračun. Neka sila F djeluje u točki A krutog tijela, a prijenos se traži u točku B koja ne leži na pravcu djelovanja te sile, kao što je prikazano na slici 2.1.. U točki B mogu se dodati dvije sile istoga iznosa i istog pravca kao zadana sila, ali suprotnih smjerova, sile F i $-F$. Njihov je vektorski zbroj jednak nuli, pošto se one međusobno uravnotežuju i kruto tijelo zbog njih ne mijenja stanje u kojem se nalazi. Tijelo je sada opterećeno trima silama umjesto jednom, no mehanički učinak na tijelo ostao je isti [1].



Slika 2.1. Promjena pravca na kojem djeluje zadana sila [3]

Od tri sile koje djeluju na kruto tijelo, sila F u točki A i sila $-F$ u točki B tvore spreg sila. Moment toga sprega jednak je momentu izvorne sile u odnosu na točku B :

$$\vec{M}_B = \vec{r}_{A/B} \times \vec{F} \quad (2.1)$$

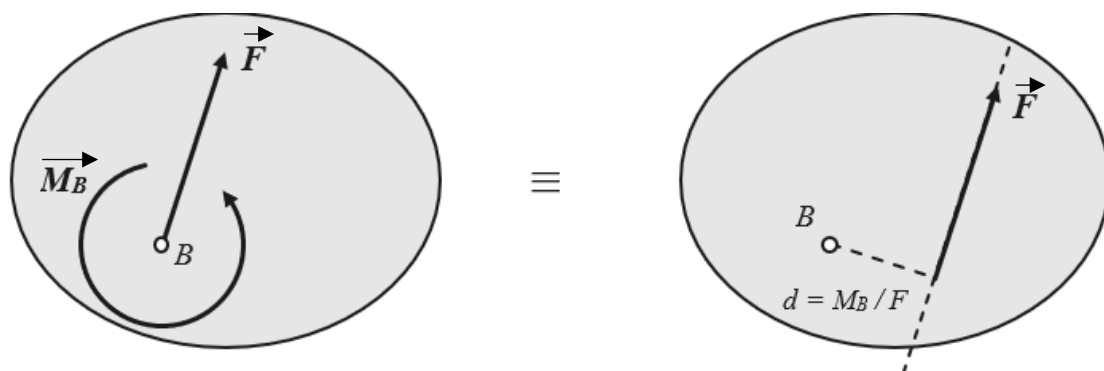
gdje je $\vec{r}_{A/B}$ vektor položaja točke A u odnosu na točku B [1].

Iznos momenta može se izraziti i preko okomite udaljenosti d između pravaca djelovanja obiju sila, kao $M_B = F \cdot d$, pri čemu je d ujedno krak zadane sile na točku B [1].

Nakon što su sila F u točki A i sila $-F$ u točki B objedinjene u spreg, preostaje sila F s hvatištem u točki B. Djelovanje jedne sile u točki A time je zamijenjeno djelovanjem te iste sile u točki B i pripadnoga momenta sprega. Dobivena kombinacija naziva se sustavom sile i sprega, a sam postupak prijenosom sile ili redukcijom sile na drugo hvatište. Zadani i dobiveni sustav statički su ekvivalentni jer imaju jednak doprinos uvjetima ravnoteže tijela [3].

Moment sprega slobodan je vektor što znači da njegovo djelovanje ne ovisi o tome u kojoj je točki tijela prikazan, već isključivo o iznosu, smjeru i pravcu. Zbog preglednosti se vektor momenta crta u točki u koju je sila prenesena [3].

Budući da moment nastaje kao vektorski produkt, vektor $\vec{M}_B$ uvijek je okomit na vektor $\vec{F}$. Zbog toga se sustav sile i sprega, u kojemu su te dvije veličine međusobno okomite, uvijek može vratiti u oblik jedne jedine sile (slika 2.2.). Ta je obrnuta operacija temelj postupka kojim se rezultirajuće djelovanje zadanog opterećenja svodi na jednu rezultantu poznatog pravca djelovanja [1].



Slika 2.2. Svođenje sustava sile i momenta na rezultantu [3]

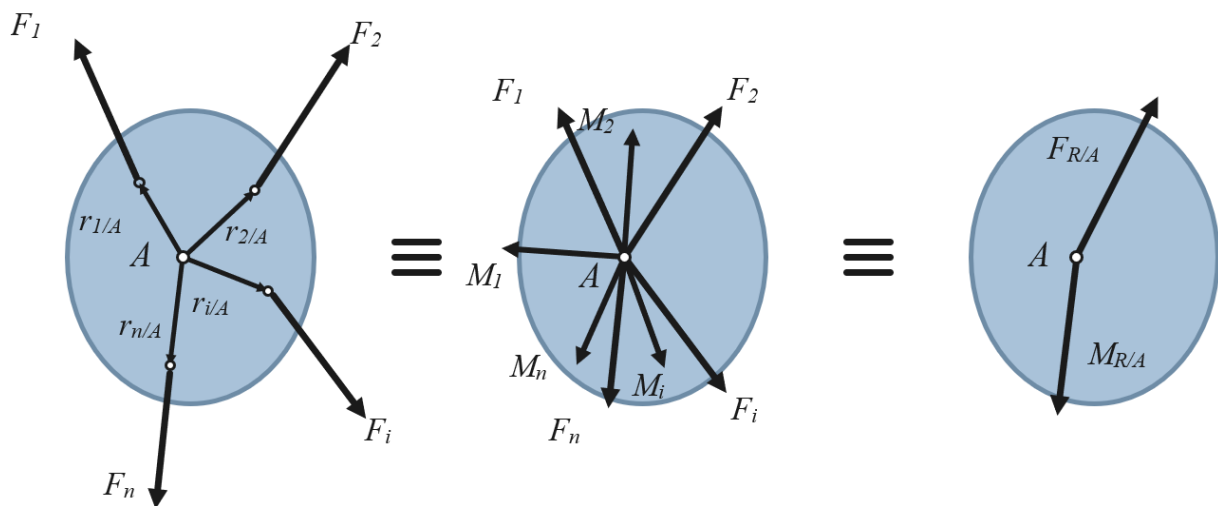
Točka redukcije bira se proizvoljno, ali njen izbor utječe na dobiveni moment. Sila se prijenosom ne mijenja ni po svome iznosu niti po pravcu, dok moment ovisi o položaju odabrane točke i za različite točke poprima različite vrijednosti [2].

Pravilo izvedeno za jednu silu primjenjuje se i za proizvoljan broj sila i koncentriranih momenata. Ako se svaka sila zadanog sustava pojedinačno prenese u istu točku, u toj se točki dobiva skup sila i skup slobodnih momenata, koji se potom zbrajaju u jednu rezultirajuću silu i rezultirajući moment. Time nastaje dinamika sustava, koja se detaljnije obrađuje u nastavku [1].

2.2. Reduciranje skupa sila

Neka na kruto tijelo djeluje sustav sila $F_1, F_2, \dots, F_n$ u različitim točkama koje su određene vektorima položaja $r_{1/A}, r_{2/A}, \dots, r_{n/A}$ (slika 2.3.). Navedene sile se mogu, prethodno opisanim postupkom, pomaknuti iz točaka u kojima djeluju, u zadanu točku A pri čemu se zbog pomaka svake sile javlja i pripadni moment M_i , jednak $(r_i \times F_i)$ s obzirom na točku A. Nakon što se postupak provede sa svim silama, dobiva se sustav koji se sastoji od sila koje djeluju u točki A i odgovarajućih momenata. Budući da sile sada djeluju u istoj točki, vektorskim zbrajanjem se mogu zamijeniti svojom rezultantom. Slično tome, vektori momenata mogu se vektorski zbrojiti i zamijeniti jednim rezultirajućim momentom. Svaki sustav sila može se tako svesti na ekvivalentni sustav sile i momenta koji djeluje u zadanoj točki [3].

Rezultirajuće djelovanje predstavlja sveukupno djelovanje sustava sila $\vec{F}_l$ na određenu točku krutog tijela, a sastoji se od rezultirajuće sile te rezultirajućeg momenta [1].



Slika 2.3. Rezultirajuće djelovanje [3]

Rezultirajuća sila (s hvatištem u točki A) naziva se i glavni vektor sila te je dana izrazom [1]:

$$\vec{F}_{R/A} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_R \quad (2.2)$$

gdje je:

$\vec{F}_i$ - svaka pojedinačna sila sustava,

$\vec{F}_R$ – rezultirajuća sila zadanog sustava sila.

Rezultirajući moment (u odnosu na točku A) naziva se i glavni vektor momenata te je dan izrazom [1]:

$$\vec{M}_{R/A} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_{\vec{F}_i/A} \times \vec{F}_i + \sum_{j=1}^m \vec{M}_j \quad (2.3)$$

gdje je:

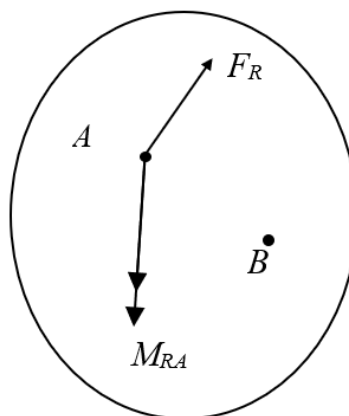
$\vec{r}_{\vec{F}_i/A}$ – vektor položaja hvatišta sila u odnosu na točku A,

$\vec{M}_j$ – koncentrirani momenti sustava.

Skup vektora $\vec{F}_{R/A}$ i $\vec{M}_{R/A}$ naziva se dinamika sustava sila za točku A nekog krutog tijela. Opisani postupak naziva se reduciranje skupa sila na određenu točku [1].

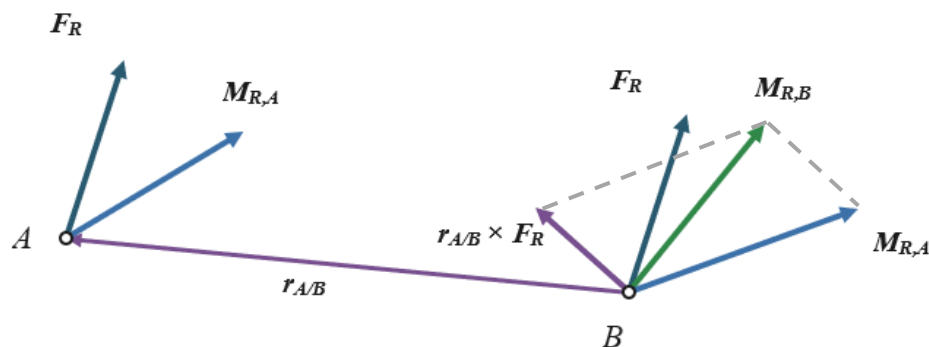
2.3. Invarijante dinamike

Sada kad je poznata dinamika sustava sila u točki A, može se odrediti i dinamika sustava sila u bilo kojoj drugoj točki, npr. točki B (slika 2.4.) [4].



Slika 2.4. Dinamika u točki A

Na slici 2.5. prikazana je dinamika sustava sila u točkama A i B.



Slika 2.5. Prva invarijanta dinamike [4]

Rezultirajuća sila i rezultirajući moment u točki B mogu se odrediti prema sljedećim izrazima [1]:

$$\vec{F}_{R/B} = \vec{F}_{R/A} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_{R/B} &= \sum_{i=1}^n \vec{r}_{\vec{F}_i/B} \times \vec{F}_i + \sum_{j=1}^m \vec{M}_j = \sum_{i=1}^n (\vec{r}_{A/B} + \vec{r}_{\vec{F}_i/A}) \times \vec{F}_i + \sum_{j=1}^m \vec{M}_j \\ &= \vec{r}_{A/B} \times \sum_{i=1}^n \vec{F}_i + \left[\sum_{i=1}^n \vec{r}_{\vec{F}_i/A} \times \vec{F}_i + \sum_{j=1}^m \vec{M}_j \right] = \vec{r}_{A/B} \times \vec{F}_R + \vec{M}_{R/A} \end{aligned} \quad (2.5)$$

gdje je:

$\vec{F}_{R/B}$ – rezultirajuća sila sustava u odnosu na točku B,

$\vec{F}_{R/A}$ – rezultirajuća sila sustava u odnosu na točku A,

$\vec{F}_i$ – svaka pojedinačna sila sustava,

$\vec{M}_{R/B}$ – rezultirajući moment u odnosu na točku B,

$\vec{r}_{\vec{F}_i/B}$ – vektor položaja hvatišta sila u odnosu na točku B,

$\vec{r}_{A/B}$ – vektor položaja točke A u odnosu na točku B,

$\vec{r}_{\vec{F}_i/A}$ – vektor položaja hvatišta sila u odnosu na točku A,

$\vec{M}_{R/A}$ – rezultirajući moment u odnosu na točku A,

$\vec{F}_R$ – rezultirajuća sila sustava.

Može se vidjeti da je glavni vektor sila jednak za točku A i B, tj. ne ovisi o izboru točke u odnosu na koju se računa rezultirajuće djelovanje i to predstavlja prvu invarijantu dinamike [1].

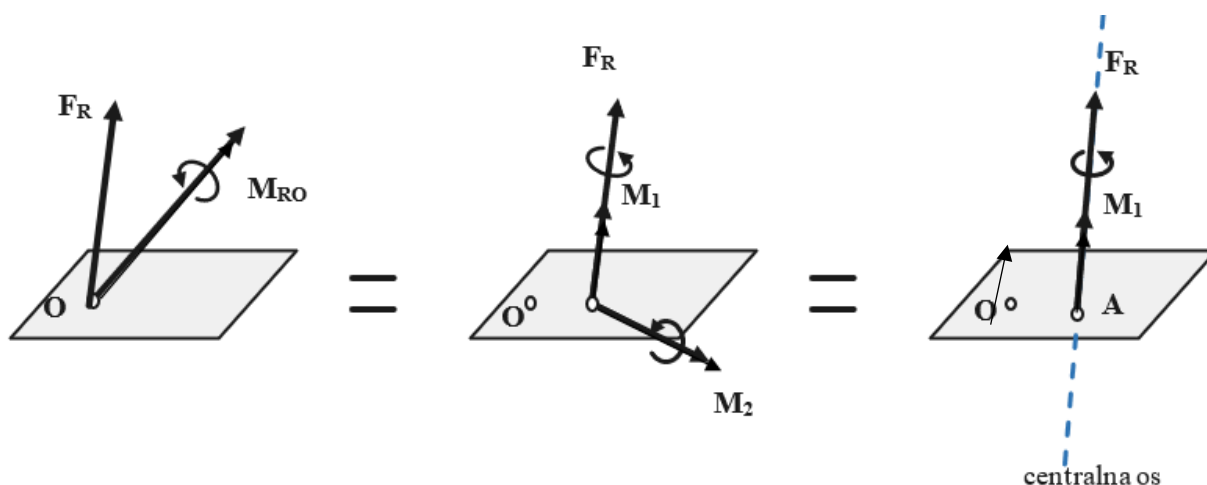
Pomnoži li se iznos glavnog vektora momenata s jediničnim vektorom pravca glavnog vektora sila $\vec{e}_R = \frac{\vec{F}_R}{|\vec{F}_R|}$ dobiva se da je [4]:

$$\vec{M}_R = (\vec{M}_{R/A} \cdot \vec{e}_R) \vec{e}_R = (\vec{M}_{R/B} \cdot \vec{e}_R) \vec{e}_R \quad (2.6)$$

Ortogonalna projekcija glavnog vektora momenata, u odnosu na bilo koju točku krutog tijela, na os paralelnu s pravcem glavnog vektora sila je konstantna i predstavlja drugu invarijantu dinamike [4].

2.4. Svođenje sustava sila na dinamički vijak

U općem slučaju prostornog sustava sila koje djeluju na kruto tijelo, učinak sila na bilo koju točku tijela može se prikazati kao dinam, koja se sastoji od glavnog vektora sila i glavnog vektora momenata, koji nisu međusobno okomiti te se zato ne mogu svesti na jednu silu ili moment (slika 2.7.). Međutim, glavni vektor momenta može se zamijeniti sa druge dvije komponente, M_1 koja je kolinearna s glavnim vektorom sila $\vec{F}_R$ i M_2 koja je okomita na njega [1].



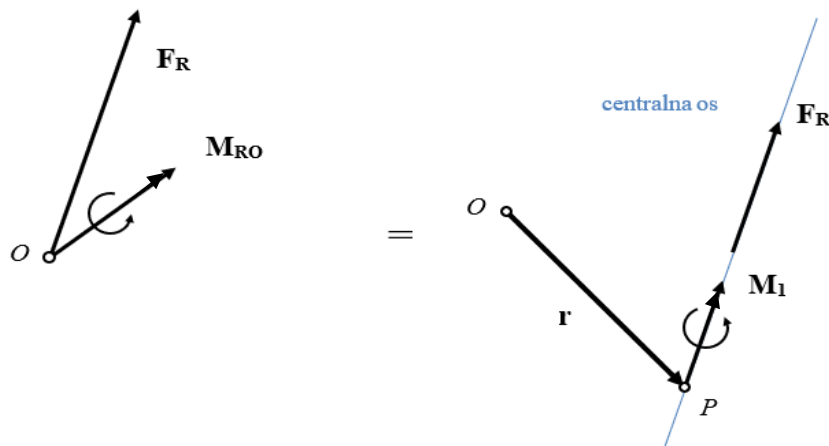
Slika 2.6. Rastavljanje momenta na komponente [2]

Kao što je već navedeno, glavni vektor momenata ovisi o odabiru točke u kojoj se promatra djelovanje. Stoga se može zaključiti da mora postojati točka ili skup točaka u kojima će njegova komponenta koja je okomita na glavni vektor sila biti jednaka nuli. Taj skup točaka naziva se centralna os sustava sila te za točke koje se na njoj nalaze vrijedi da je rezultirajući moment sustava $\vec{M}_R$ kolinearan s rezultirajućom silom $\vec{F}_R$ što opisuje temeljna relacija:

$$\vec{M}_R = \lambda \vec{F}_R \quad (2.7)$$

gdje λ predstavlja koeficijent proporcionalnosti [1].

Ovaj se specifični oblik diname kod kojeg su glavni vektor sila i glavni vektor momenata kolinearni naziva se dinamički vijak i prikazan je na slici 2.8. [5].



Slika 2.7. Dinamički vijak [3]

2.5. Posebni oblici diname

Djelovanje bilo kojeg sustava sila u proizvoljnoj točki sustava može se prikazati s dinamom koja se sastoji od dvije veličine, a to su glavni vektor sila i glavni vektor momenata. Razlikuju se četiri moguća oblika diname [1]:

- a) $\vec{F} = \vec{0}, \vec{M} = \vec{0}$
- b) $\vec{F} \neq \vec{0}, \vec{M} = \vec{0}$
- c) $\vec{F} = \vec{0}, \vec{M} \neq \vec{0}$
- d) $\vec{F} \neq \vec{0}, \vec{M} \neq \vec{0}$

Oblik diname naveden pod a) prikazuje sustav sila kojem je ukupno djelovanje jednako nuli. U tom je slučaju postignuta ravnoteža sustava sila te nema promjene gibanja tijela. Oblik naveden pod b) prikazuje sustav sila kojem je djelovanje dano samo glavnim vektorom sila. U tom slučaju kruto tijelo ima mogućnost samo translacije duž pravca glavnog vektora sila. U ovom slučaju sustav sila se svodi na rezultantu. Slučaj c) prikazuje sistem sila kojem je djelovanje dano samo glavnim vektorom momenata. U tom slučaju tijelo ima mogućnost samo rotacije. Na kraju, oblik diname naveden pod d) prikazuje opći slučaj djelovanja sila i momenata [2].

3. REZULTANTA

3.1. Pojam rezultante i uvjeti njezina postojanja

Postupak opisan u prethodnom poglavlju pokazuje da se djelovanje bilo kojeg sustava sila na kruto tijelo uvijek može svesti na glavni vektor sila i glavni vektor momenata u odabranoj točki redukcije. Takav prikaz nije najjednostavniji jer se sastoji od dviju komponenti. Sustav sila može se dodatno pojednostaviti tako da se njegovo djelovanje prikaže samo jednom silom koja je sama statički ekvivalentna zadanom sustavu, a naziva se rezultanta te se označava sa $\vec{R}$ [1].

Uvjeti pod kojima rezultanta postoji izvede se iz prve i druge invarijante diname. Djelovanja nekog sustava mogu se prikazati pomoću rezultante isključivo ako vrijedi da je $\vec{M}_R = \vec{0}$ ili $\vec{M}_R \perp \vec{F}_R$ te ako postoji glavni vektor sila, tj. ako je $F_R \neq 0$ [2].

Rezultanta sustava sila $\vec{R}$ je vektorski jednaka glavnom vektoru sila $\vec{F}_R$:

$$\vec{R} = \vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (3.1)$$

gdje $\vec{F}_i$ predstavlja svaku pojedinačnu silu sustava [4].

Razlika između rezultante i glavnog vektora sila nije samo terminološka. Glavni vektor sila je slobodan vektor koji se može postaviti u bilo kojoj točki tijela, dok je rezultanta sila koja ima jedan vlastiti pravac djelovanja. Iznosom i smjerom te se dvije veličine podudaraju, no rezultantu nije moguće u potpunosti odrediti bez položaja njezina pravca [2].

3.2. Rezultanta sustava koncentriranih sila

Nakon što je uvjet postojanja zadovoljen, rezultanta $\vec{R}$ vektorski je jednaka glavnom vektoru sila $\vec{F}_R$. U pravokutnom koordinatnom sustavu rezultanta se prikazuje zbrojem triju komponenti [1]:

$$R = R_x + R_y + R_z \quad (3.2)$$

gdje komponente rezultante iznose:

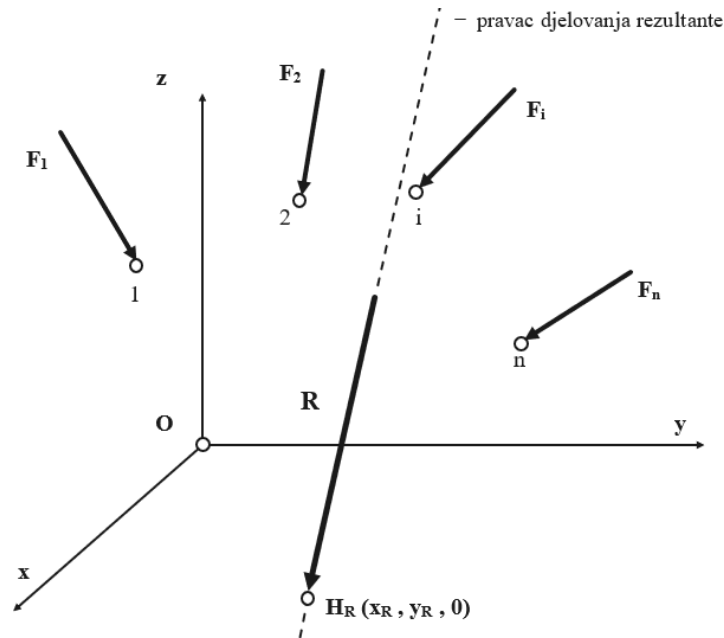
$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{xi} \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{yi} \quad R_z = \sum_{i=1}^n F_{zi} \quad (3.3)$$

Smjer i orijentacija pravca na kojem djeluje rezultanta definiran je jediničnim vektorom $\vec{r}_0$ [1]:

$$\vec{r}_0 = \frac{\vec{R}}{R} \quad (3.4)$$

Time su određeni iznos, pravac i smjer, ali ne i položaj rezultante u prostoru. Za nekonkurentne sile, položaj tražene točke određuje se iz uvjeta ekvivalentnosti djelovanja sustava sila i

njegove rezultante na odabranu točku krutoga tijela. Kako bi se pojednostavio postupak, za tu točku će se odabrati ishodište koordinatnog sustava. Budući da je rezultanta klizni vektor, za njezino je hvatište dovoljno uzeti jednu točku pravca djelovanja, u ovome slučaju to će biti točka probodišta tog pravca s ravninom xy koje se označava sa $H_R(x_R, y_R, 0)$ (slika 3.1.) [1].



Slika 3.1. Određivanje rezultante sustava sila [1]

Koordinate probodišta mogu se odrediti iz Varignon-ovog teorema prema kojem vrijedi da moment zadanog sustava sila na neku točku krutog tijela mora biti jednak momentu rezultante sustava sila na istu točku (u ovom slučaju ta je točka ishodište koordinatnog sustava) [2]:

$$\vec{M}_O = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{F}_i = \vec{r}_R \times \vec{R} \quad (3.5)$$

gdje je:

$\vec{M}_O$ - moment oko točke ishodišta,

$\vec{r}_i$ - vektor koji određuje položaj djelovanja sile sustava u odnosu na točku ishodišta,

$\vec{F}_i$ - sila sustava,

$\vec{r}_R$ - vektor koji određuje položaj djelovanja rezultante u odnosu na točku ishodišta,

$\vec{R}$ – rezultanta sustava sila.

Jednadžba (3.5) može se prikazati u obliku [2]:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (F_{zi}y_i - F_{yi}z_i) \vec{i} + \sum_{i=1}^n (F_{xi}z_i - F_{zi}x_i) \vec{j} + \sum_{i=1}^n (F_{yi}x_i - F_{xi}y_i) \vec{k} \\ = R_z y_R \vec{i} - R_z x_R \vec{j} + (R_y x_R - R_x y_R) \vec{k} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Nadalje slijedi [2]:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n (F_{zi}y_i - F_{yi}z_i) &= R_z y_R \\ \sum_{i=1}^n (F_{xi}z_i - F_{zi}x_i) &= -R_z x_R \\ \sum_{i=1}^n (F_{yi}x_i - F_{xi}y_i) &= R_y x_R - R_x y_R\end{aligned}\quad (3.7)$$

Iz jednadžbe (3.7) mogu se odrediti izrazi za koordinate probodišta rezultante [2]:

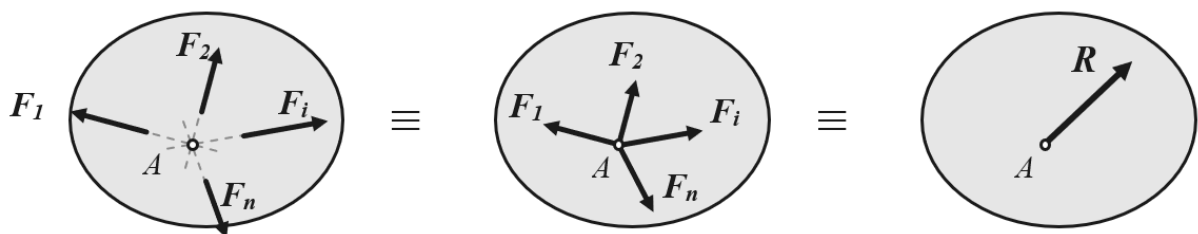
$$\begin{aligned}x_R &= -\frac{\sum_{i=1}^n (F_{xi}z_i - F_{zi}x_i)}{R_z} = -\frac{(M_O)_y}{R_z} \\ y_R &= \frac{\sum_{i=1}^n (F_{zi}y_i - F_{yi}z_i)}{R_z} = \frac{(M_O)_x}{R_z}\end{aligned}\quad (3.8)$$

3.3. Posebni slučajevi

Za neke sustave sila uvjet postojanja rezultante ispunjen je unaprijed, pa je time postupak znatno skraćen. To vrijedi za konkurentne sile u ravnini i prostoru, za sve ravninske sustave i paralelne sile u prostoru. Kod općeg prostornog sustava rezultanta postoji jedino ako je druga invarijanta jednaka nuli, inače se rezultirajuće djelovanje prikazuje pomoću dinamičkog vijka [1].

3.3.1. Konkurentne sile

Najjednostavniji je slučaj kada se pravci djelovanja svih sila sijeku u jednoj točki (slika 3.2.). Pomicanjem sila duž vlastitih pravaca sva se hvatišta dovode u tu točku, čime moment zadanog sustava na nju iščezava. Sustav se stoga zamjenjuje jednom silom, vektorskim zbrojem zadanih sila, a njezin pravac prolazi upravo tim sjecištem [1].

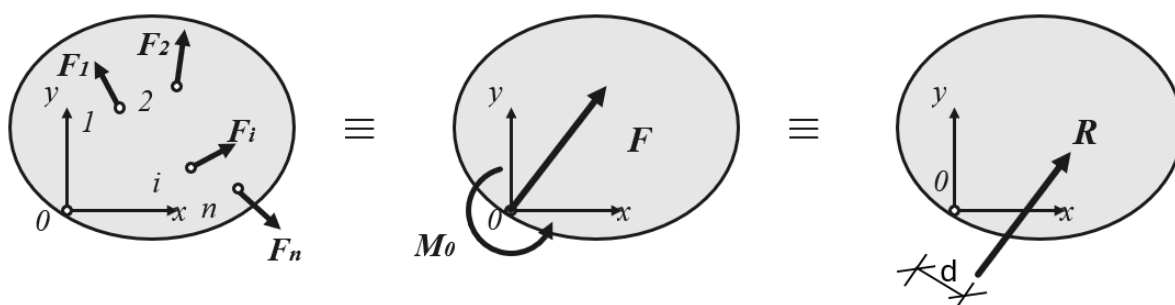


Slika 3.2. Rezultanta sustava konkurentnih sila [1]

3.3.2. Ravninske sile

Ako sve sile leže u ravnini x-y, koordinatni sustav se postavlja s ishodištem u odabranoj točki O te ravnine (slika 3.3.). Glavni vektor sila leži u ravnini, a glavni vektor momenata okomit je na nju, pa su te dvije veličine uvijek međusobno okomite i rezultanta uvijek postoji. Rezultanta se dobiva paralelnim pomakom glavnog vektora sila na udaljenost d takvu da njegov moment na točku O bude jednak glavnom vektoru momenata, iz čega slijedi [6]:

$$\sum M_o = R \cdot d \quad (3.9)$$

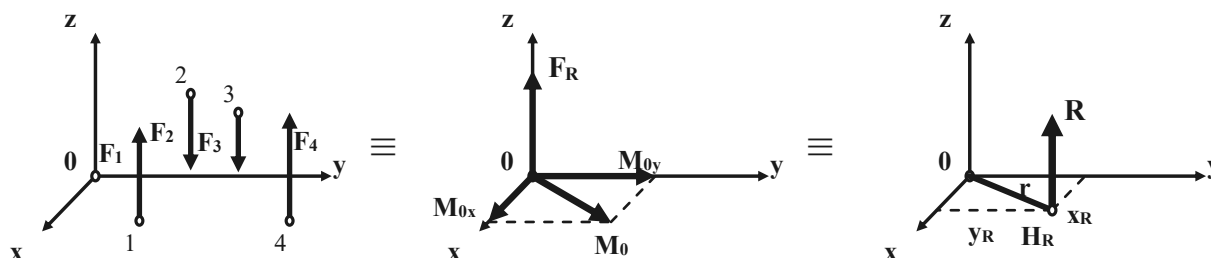


Slika 3.3. Rezultanta ravninskih sila [1]

3.3.3. Prostorni sustav paralelnih sila

Kod sustava sila paralelnih s osi z glavni vektor sila ima samo komponentu u smjeru te osi, dok glavni vektor momenata leži u ravnini x-y i time je okomit na glavni vektor sila (slika 3.4.). Uvjet postojanja rezultante je time zadovoljen, a koordinate hvatišta dobivaju se izjednačavanjem momenta rezultante i momenata zadanih sila na ishodište [7]:

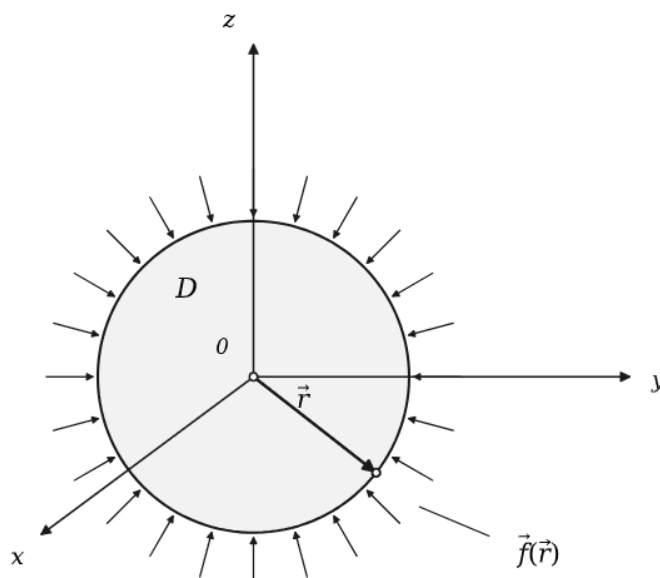
$$x_R = -\frac{M_{0y}}{R} \quad y_R = \frac{M_{0x}}{R} \quad (3.11)$$



Slika 3.4. Rezultanta prostornog sustava paralelnih sila [1]

3.4. Rezultanta sustava raspodijeljenih sila

Opterećenja na građevinskim konstrukcijama rijetko su koncentrirana samo u jednoj točki. Djelovanja se u većini slučajeva prenose po duljini, površini ili volumenu, pa se uvodi kontinuirani model sila (slika 3.5.) [7].



Slika 3.5. Raspodijeljene sile u prostoru [1]

Vektor raspodijeljenih sila u proizvoljnoj točki prostora krutog tijela zadan je funkcijom [1]:

$$f = f(r) = f_x(r) + f_y(r) + f_z(r) \quad (3.12)$$

gdje je r vektor položaja u odnosu na ishodište.

Rezultanta takvog sustava dobiva se integriranjem po cijelom području djelovanja [1]:

$$R = \int_D f(r) dD \quad (3.13)$$

a njene komponente iznose:

$$R = R_x + R_y + R_z = \int_D [f_x(r) + f_y(r) + f_z(r)] dD \quad (3.14)$$

Položaj pravca djelovanja rezultante dobiva se iz jednakosti momenta na ishodište, na isti način kao i kod koncentriranih sila. Nužan uvjet njezina postojanja je da je druga invarijanta diname jednaka nuli [1].

Raspodijeljeno opterećenje koje djeluje okomito na liniju ili površinu krutog tijela naziva se raspodijeljeno normalno opterećenje. Postupak određivanja rezultante takvoga opterećenja biti će prikazan u nastavku [1].

3.4.1. Raspodijeljeno linijsko opterećenje

Ukoliko je širina opterećene površine zanemariva u odnosu na njezinu duljinu, opterećenje se smatra linijskim te se mjeri u N/m ili kN/m. Za opterećenje $p(x)$ koje djeluje duž osi x od točke a do točke b sila na element duljine dx iznosi $dR = p dx$ (slika 3.6.) [1].

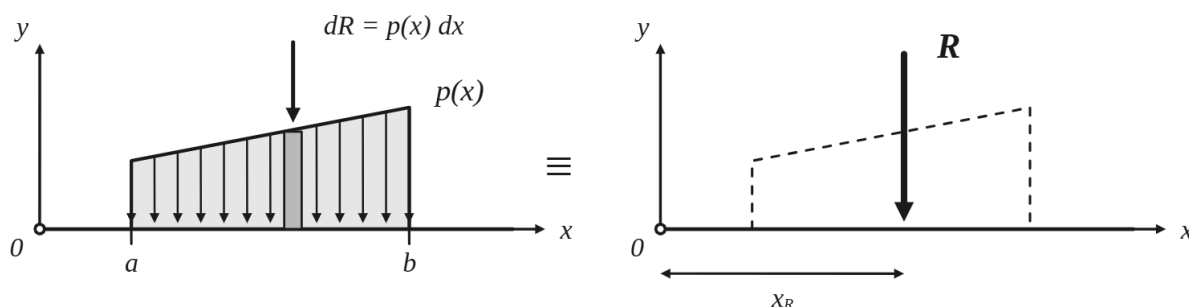
Ukupna rezultanta može se odrediti prema izrazu [1]:

$$R = \int_a^b p(x) dx \quad (3.15)$$

Položaj rezultante može se odrediti iz momentne jednadžbe [1]:

$$M_0 = \int_a^b x p(x) dx = x_R R \quad (3.16)$$

$$x_R = \frac{\int_a^b x p(x) dx}{\int_a^b p(x) dx} \quad (3.17)$$

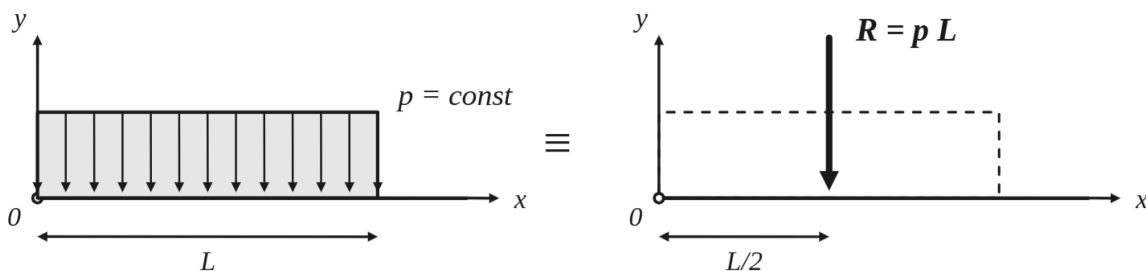


Slika 3.6. Rezultanta linijskog opterećenja [6]

Kako umnožak $p(x) dx$ odgovara diferencijalnoj površini dA koju dijagram opterećenja zatvara s duljinom dx , oba se izraza mogu zapisati preko površine dijagrama [1]:

$$x_R = \frac{\int_a^b x dA}{\int_a^b dA} = \frac{\int_a^b x dA}{A} \quad (3.18)$$

Iz toga slijedi zaključak koji se u praksi i najčešće koristi: rezultanta je po iznosu jednaka površini dijagrama opterećenja, a njezin pravac prolazi težištem te površine. Za konstantno opterećenje $p(x) = p$ na duljini L izrazi se svode na $R = p \cdot L$, uz pravac djelovanja na sredini raspona $x_R = L/2$ (slika 3.7.) [1].

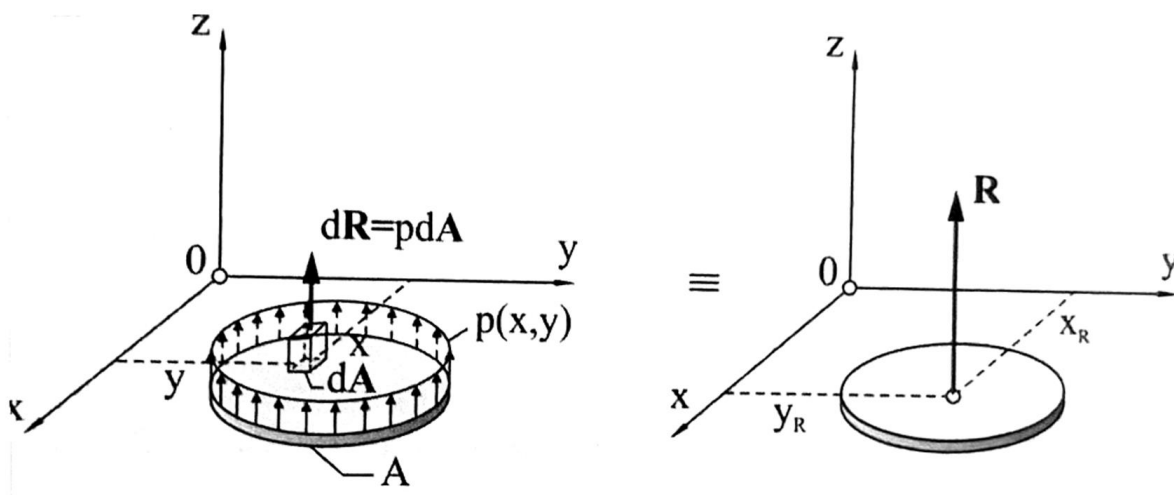


Slika 3.7. Konstantno linijsko opterećenje [7]

3.4.2. Raspodijeljeno površinsko opterećenje

Kada opterećenje $p(x, y)$ djeluje okomito na plohu, govori se o površinskom opterećenju s jedinicom N/m^2 ili kN/m^2 (slika 3.8.). Sila na element površine dA iznosi $dR = p dA$, a ukupna se sila može odrediti zbrajanjem svih elementarnih sila dR koje djeluju na površinu A prema sljedećem izrazu [1]:

$$R = \int_A dR = \int_A p dA \quad (3.19)$$



Slika 3.8. Raspodijeljeno površinsko opterećenje [1]

Koordinate probodišta rezultante slijede iz jednakosti momenata na ishodište koordinatnog sustava [1]:

$$x_R = -\frac{M_{yO}}{R_z} = \frac{\int_A p x dA}{\int_A p dA} \quad y_R = \frac{M_{xO}}{R_z} = \frac{\int_A p y dA}{\int_A p dA} \quad (3.20)$$

Budući da $p dA$ predstavlja diferencijalni volumen, rezultanta je iznosom jednaka volumenu tijela koje dijagram opterećenja zatvara s opterećenom površinom, rezultanta se može prikazati pomoću izraza [1]:

$$R = \int_V dV = V \quad (3.21)$$

Pravac rezultante isto se može prikazati tako da se umjesto $p dA$ uvrsti dV , te se dobije da pravac prolazi težištem volumena koje ima koordinate [1]:

$$x_R = \frac{\int_V x dV}{V} \quad (3.22)$$

$$y_R = \frac{\int_V y dV}{V}$$

4. NUMERIČKI PRIMJERI

4.1. Primjer 1

Zadane su tri sile F_1 , F_2 i F_3 te koncentrirani moment M :

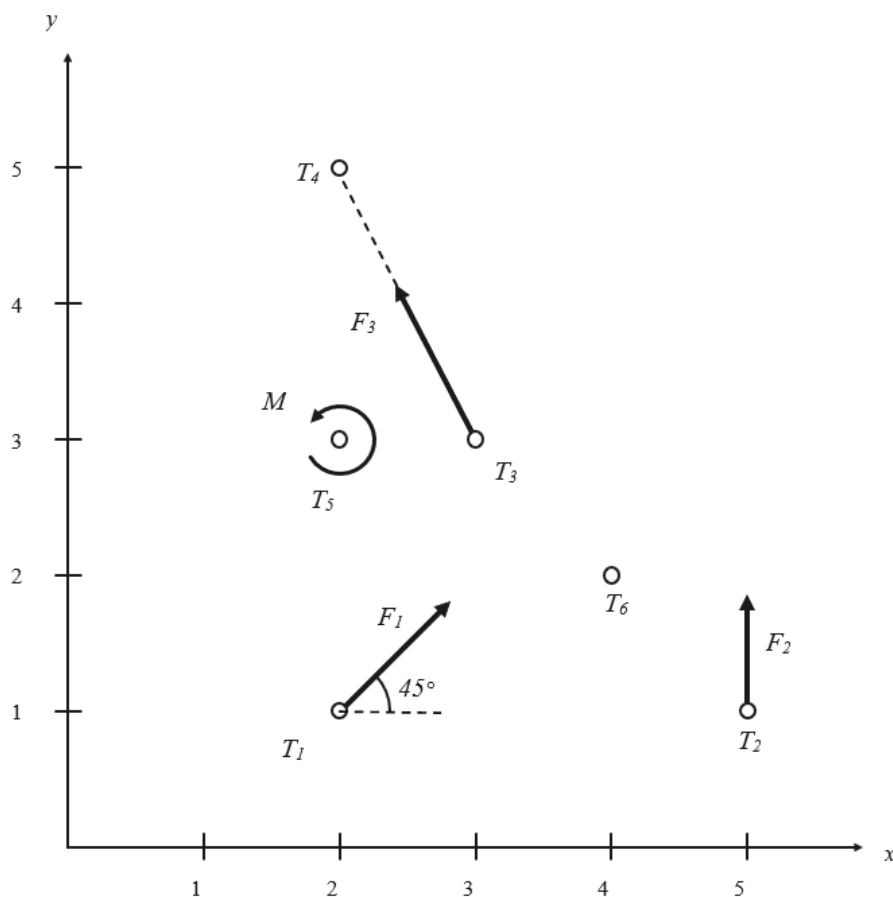
$F_1 = 8$ kN, hvatište u točki $T_1 (2,1)$, zatvara kut 45° prema osi x ,

$F_2 = 6$ kN, hvatište u točki $T_2 (5,1)$, paralelna je s osi y ,

$F_3 = 10$ kN, hvatište u točki $T_3 (3,3)$, leži na pravcu koji prolazi kroz točke T_3 i $T_4 (2,5)$,

$M = 20$ kNm, djeluje u točki $T_5 (2,3)$.

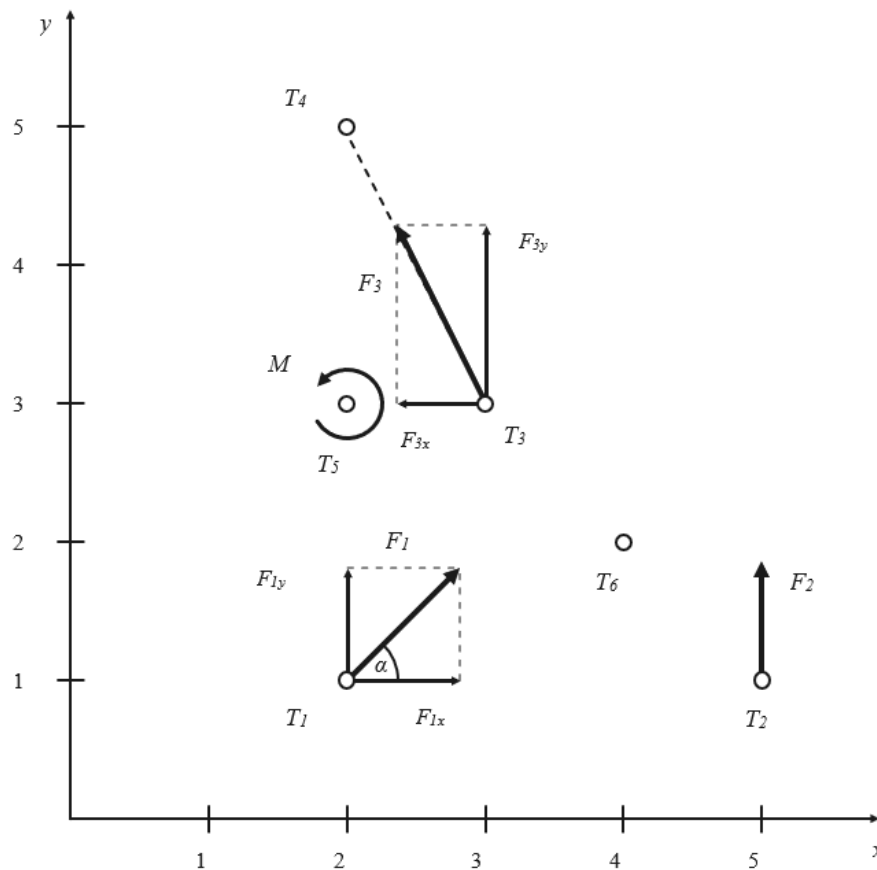
Potrebno je odrediti rezultirajuće djelovanje zadanog sustava sila i momenata na točku $T_6 (4,2)$ i rezultantu zadanog sustava sila i momenta.



Slika 4.1. Zadani sustav

Rješenje:

Rastavljanje sila na komponente paralelne s osima x i y prikazano je na slici 4.2..



Slika 4.2. Rastavljanje sila na komponente

Sila F_1 zatvara kut $\alpha = 45^\circ$ s osi x:

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha = 8 \cdot \cos 45^\circ = 5,66 \text{ kN}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \alpha = 8 \cdot \sin 45^\circ = 5,66 \text{ kN}$$

$$\vec{F}_1 = 5,66 \vec{i} + 5,66 \vec{j} [\text{kN}]$$

Sila F_2 paralelna je s osi y:

$$F_{2x} = 0, \quad F_{2y} = F_2 = 6,00 \text{ kN}$$

$$\vec{F}_2 = 6,00 \vec{j} [\text{kN}]$$

Sila F_3 leži na pravcu koji prolazi kroz točke $T_3 (3,3)$ i $T_4 (2,5)$. Jedinični vektor toga pravca određuje se izrazom:

$$\vec{e} = T_4 - T_3 = (2 - 3) \vec{i} + (5 - 3) \vec{j} = -\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$|\vec{e}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5} = 2,2361$$

$$\vec{e}_0 = \frac{\vec{e}}{|\vec{e}|} = \frac{-\vec{i} + 2\vec{j}}{2,2361} = -0,447\vec{i} + 0,894\vec{j}$$

$$\vec{F}_3 = F_3 \cdot \vec{e}_0 = -4,47\vec{i} + 8,94\vec{j} \text{ kN}$$

$$F_{3x} = -4,47 \text{ kN}, \quad F_{3y} = 8,94 \text{ kN}$$

Rezultirajuća sila:

$$F_{Rx} = \sum F_x = 5,66 + 0 - 4,47 = 1,19 \text{ kN}$$

$$F_{Ry} = \sum F_y = 5,66 + 6,00 + 8,94 = 20,60 \text{ kN}$$

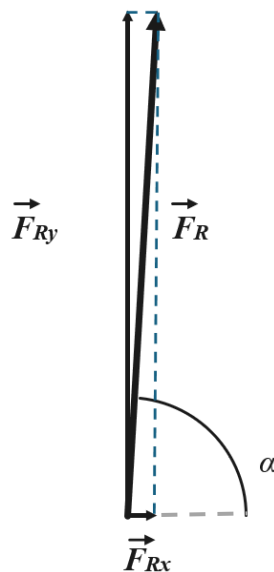
$$\vec{F}_R = 1,19\vec{i} + 20,60\vec{j} \text{ kN}$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{1,19^2 + 20,60^2} = 20,64 \text{ kN}$$

Kut koja zatvara rezultirajuća sila s osi x:

$$\alpha = \arctg \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctg \frac{20,60}{1,19} = 86,71^\circ$$

Rezultirajuća sila prikazana je na slici 4.3.



Slika 4.3. Rezultirajuća sila

Rezultirajući moment u točki T₆ (4,2):

$$M_{T_6} = -F_{1y} \cdot 2 + F_{1x} \cdot 1 + F_{2y} \cdot 1 - F_{3y} \cdot 1 - F_{3x} \cdot 1 + M$$

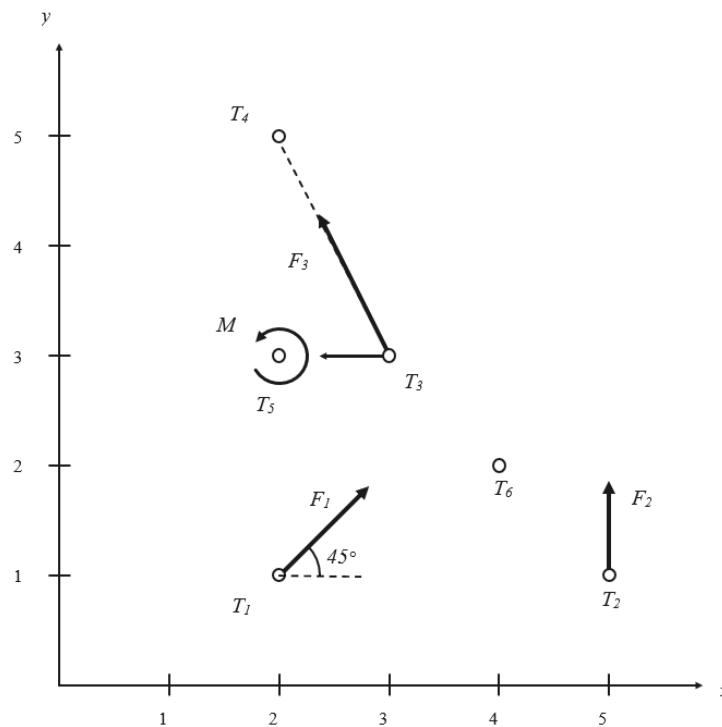
$$M_{T_6} = -5,66 \cdot 2 + 5,66 \cdot 1 + 6,00 \cdot 1 - 8,94 \cdot 1 - (-4,47) \cdot 1 + 20,00$$

$$M_{T_6} = 15,87 \text{ kNm (+)}$$

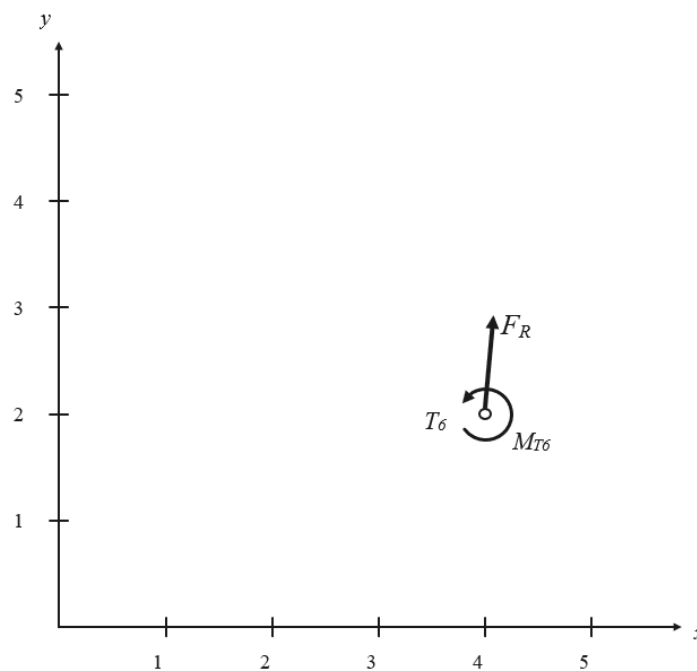
Rezultirajuće djelovanje u točki T_6 (4,2):

rezultirajuća sila $\vec{F}_R = 1,19 \vec{i} + 20,60 \vec{j} \text{ kN}$, $F_R = 20,64 \text{ kN}$, $\alpha = 86,71^\circ$

rezultirajući moment $\vec{M}_{T_6} = 15,87 \vec{k}$, $M_{T_6} = 15,87 \text{ kNm (+)}$



Slika 4.4. Zadani sustav



Slika 4.5. Rezultirajuće djelovanje u točki T_6

Rezultanta sustava sila:

Rezultirajuća sila i rezultirajući moment međusobno su okomiti, pa se zadani sustav svodi na jednu silu. Rezultanta je po iznosu i smjeru jednaka rezultirajućoj sili:

$$R = F_R = 20,64 \text{ kN}, \quad \alpha = 86,71^\circ$$

Moment sile F_R oko točke T_6 mora ostati jednak momentu M_T :

$$(x - 4) \cdot R_y - (y - 2) \cdot R_x = M_T$$

$$20,60 \cdot (x - 4) - 1,19 \cdot (y - 2) = 15,87$$

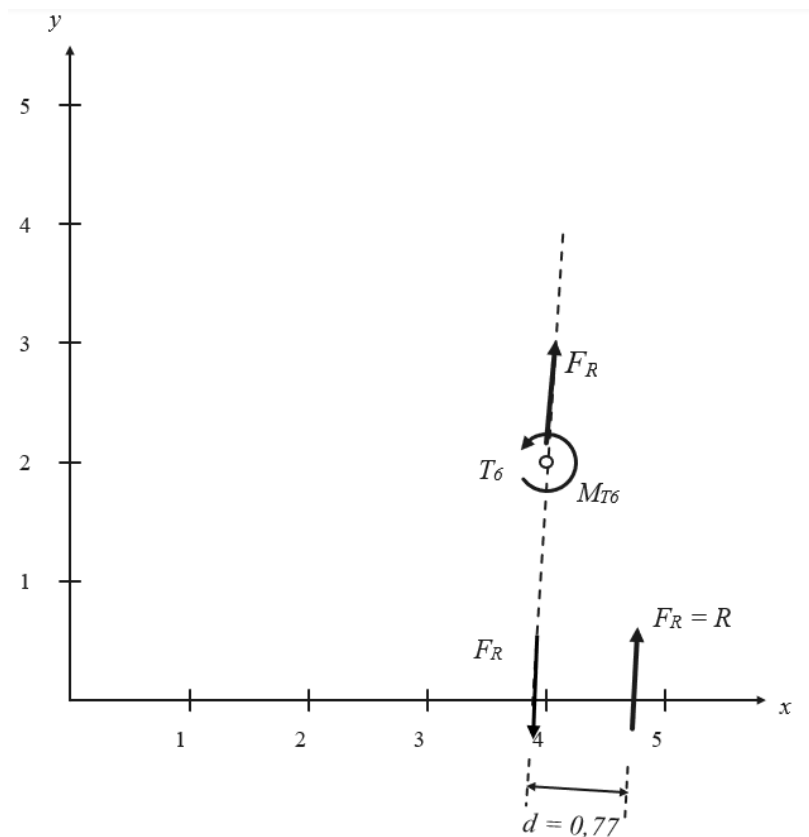
$$20,60 \cdot x - 1,19 \cdot y - 95,90 = 0 \rightarrow \text{pravac rezultante}$$

Moment M_T može se rastaviti na spreg sila:

$$M_{T6} = F_R \cdot d$$

$$d = \frac{M_{T6}}{F_R} = \frac{15,87}{20,64} = 0,77 \text{ m}$$

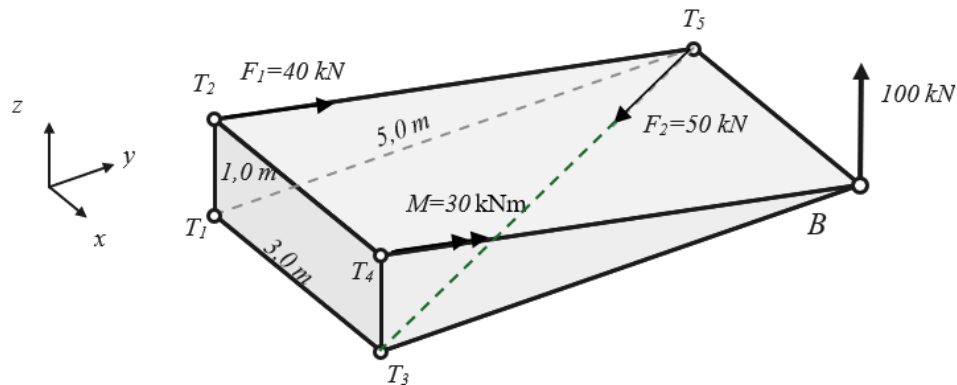
Pravac rezultante sustava sila biti će za $d=0,77 \text{ m}$ udaljen od pravca rezultirajuće sile R , što je prikazano na slici 4.6.



Slika 4.6. Rezultanta sustava sila i momenata

4.2. Primjer 2

Potrebno je odrediti rezultirajuće djelovanje zadanog sustava sila i momenta na točku B.



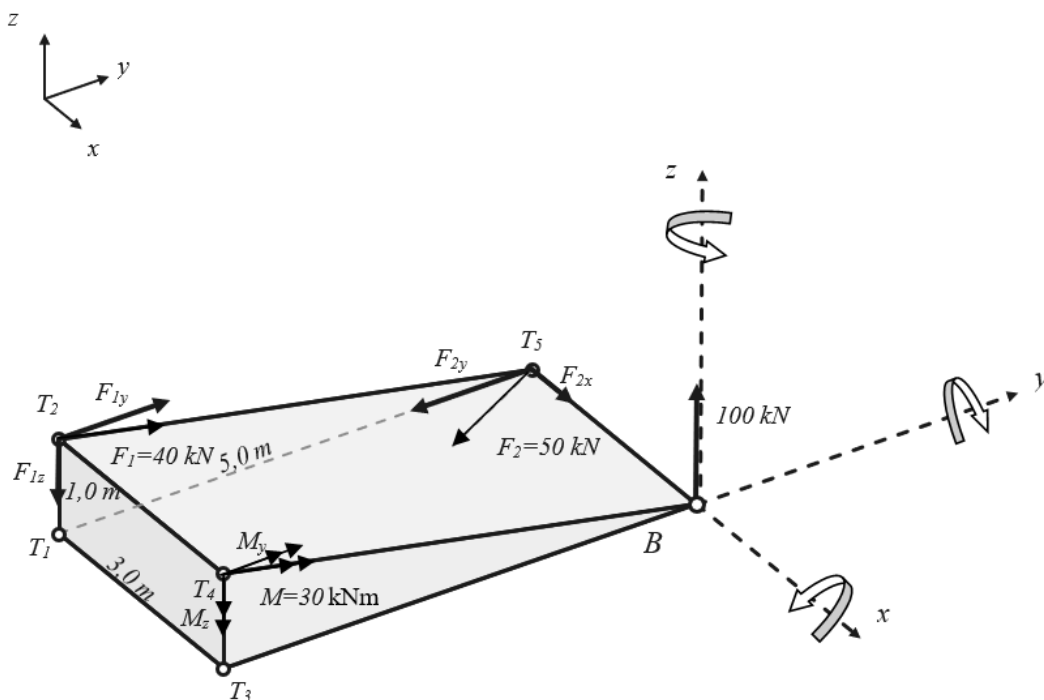
Slika 4.7. Zadani sustav

Rješenje:

Koordinatni sustav postavljen je u točku B, s osima x, y i z prema slici 1. U tako postavljenom sustavu koordinate karakterističnih točaka iznose:

$T_1 (-3, -5, 0)$, $T_2 (-3, -5, 1)$, $T_3 (0, -5, 0)$, $T_4 (0, -5, 1)$, $T_5 (-3, 0, 0)$, $B (0, 0, 0)$

Zadani sustav sila i koncentriranog momenta prikazan je na slici 4.8.



Slika 4.8. Rastavljanje sila i momenta na komponente

Sila $F_1 = 40 \text{ kN}$ leži na pravcu kroz točke T_2 i T_5 , s razmacima $\Delta y = 5 \text{ m}$ i $\Delta z = -1 \text{ m}$:

$$l_1 = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26} = 5,099 \text{ m}$$

$$\vec{F}_1 = \frac{40 \cdot 5}{5,099} \vec{j} - \frac{40 \cdot 1}{5,099} \vec{k} = 39,22 \vec{j} - 7,84 \vec{k} [\text{kN}]$$

$$F_{1x} = 0, \quad F_{1y} = 39,22 \text{ kN}, \quad F_{1z} = -7,84 \text{ kN}$$

Sila $F_2 = 50 \text{ kN}$ leži na pravcu kroz točke T_5 i T_3 , s razmacima $\Delta x = 3 \text{ m}$ i $\Delta y = -5 \text{ m}$:

$$l_2 = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34} = 5,831 \text{ m}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{50 \cdot 3}{5,831} \vec{i} - \frac{50 \cdot 5}{5,831} \vec{j} = 25,72 \vec{i} - 42,87 \vec{j} [\text{kN}]$$

$$F_{2x} = 25,72 \text{ kN}, \quad F_{2y} = -42,87 \text{ kN}, \quad F_{2z} = 0$$

Sila $F_3 = 100 \text{ kN}$ djeluje u točki B u smjeru osi z:

$$\vec{F}_3 = 100 \vec{k} [\text{kN}]$$

Rezultirajuća sila:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_{Rx} + \vec{F}_{Ry} + \vec{F}_{Rz}$$

$$\vec{F}_{Rx} = \sum \vec{F}_{ix} = 0 + 25,72 + 0 = 25,72 \text{ kN}$$

$$\vec{F}_{Ry} = \sum \vec{F}_{iy} = 39,22 - 42,87 + 0 = -3,65 \text{ kN}$$

$$\vec{F}_{Rz} = \sum \vec{F}_{iz} = -7,84 + 0 + 100 = 92,16 \text{ kN}$$

$$\vec{F}_R = 25,72 \vec{i} - 3,65 \vec{j} + 92,16 \vec{k} [\text{kN}]$$

$$|F_R| = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2 + F_{Rz}^2} = 95,7 \text{ kN}$$

Koncentrirani moment $M = 30 \text{ kNm}$ leži na pravcu paralelnom s pravcem sile F_1 , pa se rastavlja:

$$\vec{M} = \frac{30 \cdot 5}{5,099} \vec{j} - \frac{30 \cdot 1}{5,099} \vec{k} = 29,42 \vec{j} - 5,88 \vec{k} [\text{kNm}]$$

$$M_x = 0, \quad M_y = 29,42 \text{ kNm}, \quad M_z = -5,88 \text{ kNm}$$

Sile F_1 i F_2 imaju zajedničko hvatište u točki $T_5 (-3, 0, 0)$, dok sila F_3 prolazi kroz točku B pa na nju ne daje moment.

$$M_{RBx} = \sum (y_i F_{iz} - z_i F_{iy}) + M_x = 0$$

Sve sile sijeku os x, a koncentrirani moment nema komponentu oko te osi, pa je M_{RBx} jednak nuli.

$$M_{RBy} = \sum (z_i F_{ix} - x_i F_{iz}) + M_y$$

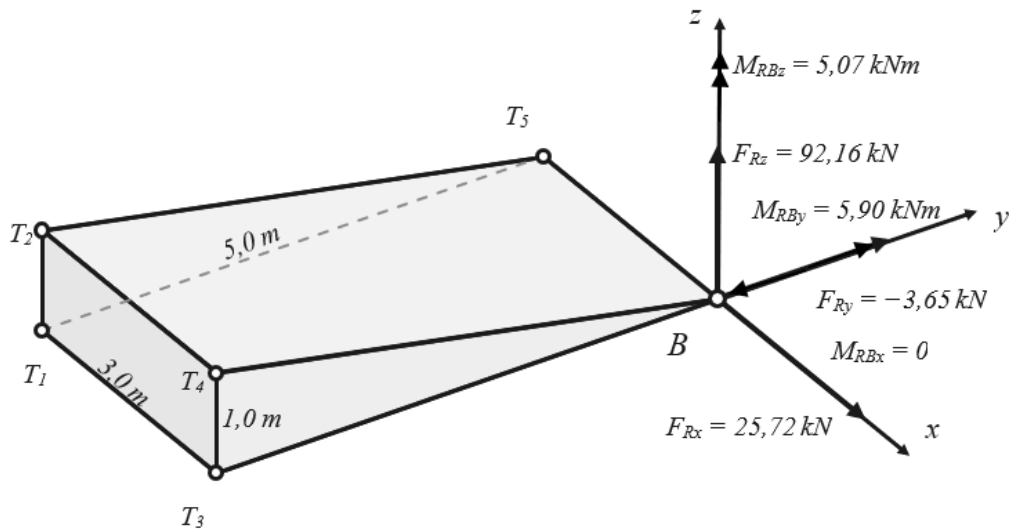
$$M_{RBy} = -3 \cdot 7,84 + 29,42 = -23,52 + 29,42 = 5,90 \text{ kNm}$$

$$M_{RBz} = \sum (x_i F_{iy} - y_i F_{ix}) + M_z$$

$$M_{RBz} = -3 \cdot 39,22 + 3 \cdot 42,87 - 5,88 = -117,66 + 128,61 - 5,88 = 5,07 \text{ kNm}$$

$$\vec{M}_{RB} = 5,90 \vec{j} + 5,07 \vec{k} \text{ [kNm]}$$

$$M_{RB} = \sqrt{M_{RBx}^2 + M_{RBy}^2 + M_{RBz}^2} = \sqrt{5,90^2 + 5,07^2} = 7,78 \text{ kNm}$$



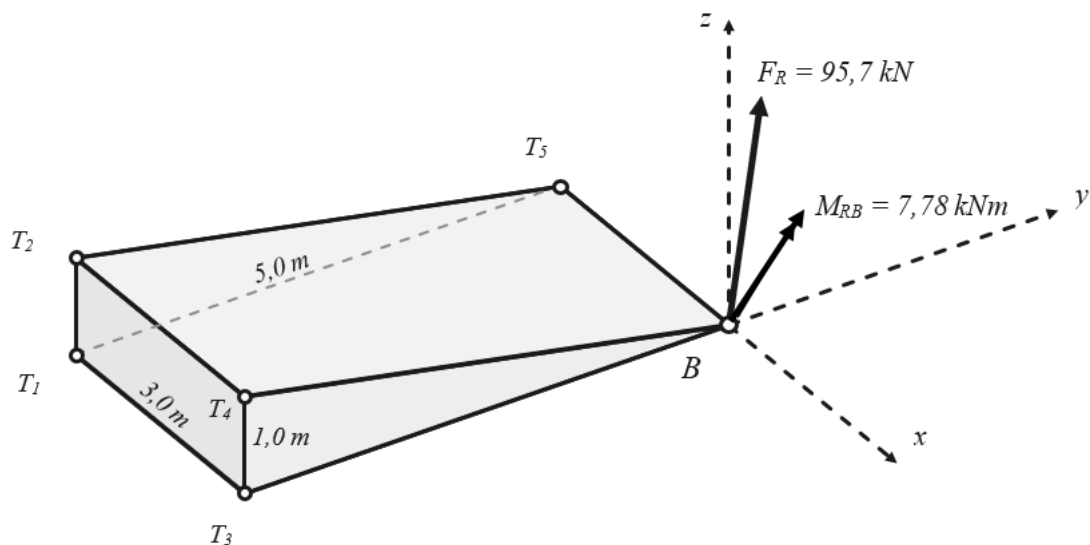
Slika 4.9. Komponente rezultirajuće sile i momenta

Rezultirajuće djelovanje:

rezultirajuća sila: $\vec{F}_R = 25,72 \vec{i} - 3,65 \vec{j} + 92,16 \vec{k} \text{ [kN]}$, $|F_R| = 95,7 \text{ kN}$

rezultirajući moment: $\vec{M}_{RB} = 5,90 \vec{j} + 5,07 \vec{k} \text{ [kNm]}$, $|M_{RB}| = 7,78 \text{ kNm}$

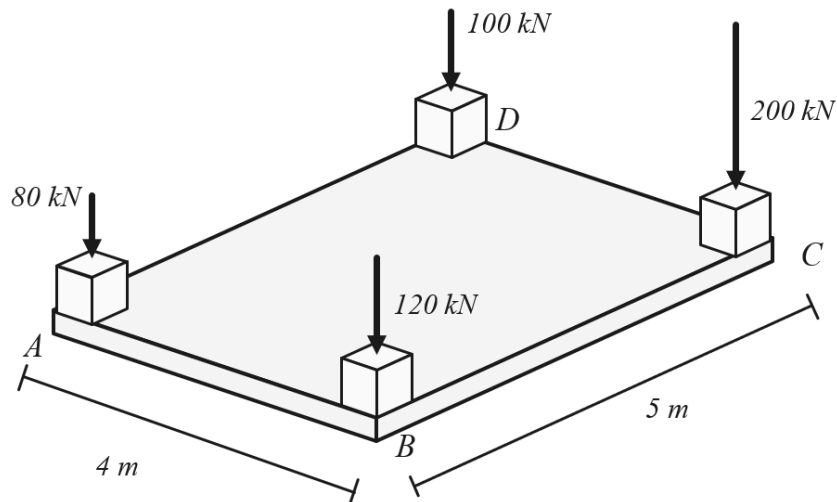
Rezultirajuća sila i rezultirajući moment u točki B prikazani su na slici 4.10.



Slika 4.10. Rezultirajuće djelovanje u točki B

4.3. Primjer 3

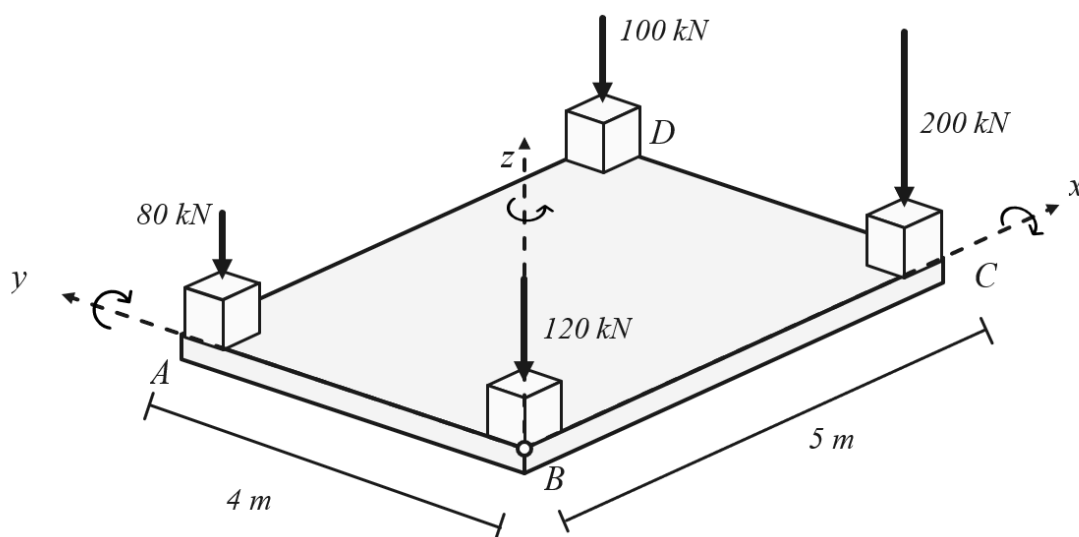
Na pravokutnoj betonskoj ploči su četiri stupa opterećena prema slici 4.11. Potrebno je odrediti hvatište rezultante prikazane četiri sile.



Slika 4.11. Zadani sustav

Rješenje:

Koordinatni sustav se postavlja u točku B, pri čemu je x-os usmjerena duž stranice BC, a y-os duž stranice BA (slika 4.12.).



Slika 4.12. Postavljanje koordinatnog sustava

Koordinate točaka i pripadajuće sile:

A (0,4), sila $F_A = 80 \text{ kN}$

B (0,0), sila $F_B = 120 \text{ kN}$

C (5,0), sila $F_C = 200 \text{ kN}$

D (5,4), sila $F_D = 100 \text{ kN}$

S obzirom da su sve zadane sile paralelne sa osi z, rezultirajuća sila iznosi:

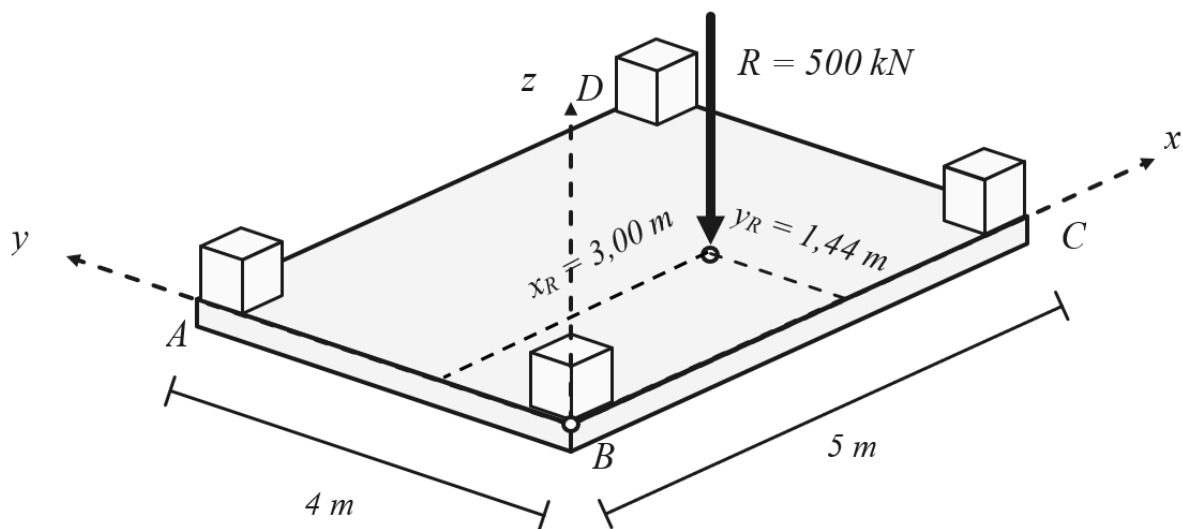
$$R = \sum F_i = 80 + 120 + 200 + 100 = 500 \text{ kN}$$

Hvatište rezultante računa se prema Varignon-ovom teoremu:

$$x_R = \frac{\sum F_i \cdot x_i}{R} = \frac{80 \cdot 0 + 120 \cdot 0 + 200 \cdot 5 + 100 \cdot 5}{500} = \frac{1500}{500} = 3,00 \text{ m}$$

$$y_R = \frac{\sum F_i \cdot y_i}{R} = \frac{80 \cdot 4 + 120 \cdot 0 + 200 \cdot 0 + 100 \cdot 4}{500} = \frac{720}{500} = 1,44 \text{ m}$$

Rezultanta i hvatište njenog djelovanja prikazani su na slici 4.13.



Slika 4.13. Položaj rezultante

5. ZAKLJUČAK

Predmet ovog završnog rada su rezultirajuće djelovanje sustava sila te rezultanta. U radu su prikazani postupci kojima se opterećenje krutog tijela zamjenjuje jednostavnijim, ali statički ekvivalentnim opterećenjem. Tema je obrađena teorijski i pomoću numeričkih primjera, analizom domaće i strane stručne literature iz područja statičke ekvivalencije krutog tijela.

Prikazano je da se svako opterećenje krutog tijela može svesti na dvije veličine u odabranoj točki, glavni vektor sila i glavni vektor momenata. Utvrđeno je da glavni vektor sila ne ovisi o odabiru točke redukcije, dok glavni vektor momenata ovisi, ali mu projekcija na pravac glavnog vektora sila ostaje nepromijenjena, čime su određena prva i druga invarijanta diname. Nadalje, prikazan je postupak određivanja rezultante te slučajevi opterećenja koja se mogu svesti na rezultantu, kao što su sustav konkurentnih sila, sustav komplanarnih sila i prostorni sustav paralelnih sila.

Time se pokazalo da se svaki sustav sila i momenata ne može svesti na jednu silu. Rezultanta postoji samo kada druga invarijanta diname iščezava, a glavni vektor sila ne, dok se u ostalim slučajevima sustav svodi na dinamički vijak ili je statički neutralan.

Obrađena tema čini podlogu za daljnji statički proračun konstrukcije koji obuhvaća postavljanje uvjeta ravnoteže, proračun reakcija i unutarnjih sila te određivanje karakterističnih presjeka.

POPIS LITERATURE

- [1] Ž. Nikolić: Mehanika I, Sveučilište u Splitu, Građevinsko-arhitektonski fakultet, Split, 2009.
- [2] A. Kiričenko: Tehnička mehanika - Statika, IGH, Zagreb, 1990.
- [3] F. P. Beer, E. R. Johnston: Vector Mechanics for Engineers – Statics, McGraw-Hill, 1988.
- [4] K. Fresl: Mehanika 1, „Bilješke i skice s predavanja“, dostupno na:
<https://master.grad.hr/nastava/ga/meh1/index.html>.
- [5] H. Werner, Uvod u proračun konstrukcija, Građevinski fakultet, Zagreb, 1985.
- [6] Plazibat, Matoković, Vetma, Tehnička mehanika 1, Split, 2020.
- [7] Baker, D. W., Haynes, W.: Engineering Statics: Open and Interactive, 2023.

POPIS SLIKA

Slika 2.1. Promjena pravca na kojem djeluje zadana sila [3]	2
Slika 2.2. Svođenje sustava sile i momenta na rezultantu [3]	3
Slika 2.3. Rezultirajuće djelovanje [3]	4
Slika 2.4. Dinama u točki A	5
Slika 2.5. Prva invarijanta diname [4]	5
Slika 2.6. Rastavljanje momenta na komponente [2]	7
Slika 2.7. Dinamički vijak [3]	8
Slika 3.1. Određivanje rezultante sustava sila [1]	10
Slika 3.2. Rezultanta sustava konkurentnih sila [1]	11
Slika 3.3. Rezultanta ravninskih sila [1]	12
Slika 3.4. Rezultanta prostornog sustava paralelnih sila [1]	12
Slika 3.5. Raspodijeljene sile u prostoru [1]	13
Slika 3.6. Rezultanta linijskog opterećenja [6]	14
Slika 3.7. Konstantno linijsko opterećenje [7]	15
Slika 3.8. Raspodijeljeno površinsko opterećenje [1]	15
Slika 4.1. Zadani sustav	17
Slika 4.2. Rastavljanje sila na komponente	18
Slika 4.3. Rezultirajuća sila	19
Slika 4.4. Zadani sustav	20
Slika 4.5. Rezultirajuće djelovanje u točki T_6	20
Slika 4.6. Rezultanta sustava sila i momenata	21
Slika 4.7. Zadani sustav	22
Slika 4.8. Rastavljanje sila i momenta na komponente	22
Slika 4.9. Komponente rezultirajuće sile i momenta	24
Slika 4.10. Rezultirajuće djelovanje u točki B	24
Slika 4.11. Zadani sustav	25
Slika 4.12. Postavljanje koordinatnog sustava	25
Slika 4.13. Položaj rezultante	26